

TARTU ÜLIKOOL
MATEMAATIKA-INFORMAATIKATEADUSKOND
Arvutiteaduse instituut
Informaatika eriala

Artjom Popov
Kahemõõtmeline vöötkood ja selle kasutamine

Bakalaureusetöö (6EAP)

Juhendaja: Vambola Leping

Autor: “.....” juuni 2011

Juhendaja: “.....” juuni 2011

Lubada kaitsmisele

Professor: “.....” juuni 2011

Tartu 2011

Sisukord

Sisukord	2
Sissejuhatus.....	3
1. Mis on QR-kood?.....	5
2. QR-koodi omadused	7
3. QR-koodi struktuur	13
4. QR-koodi kodeerimise protsess	16
5. Praktiline osa.....	24
6. Kokkuvõte	25
Summary	26
Kasutatud kirjandus	27
Lisa 1.....	29
Lisa 2.	35
Lisa 3.....	36
Lisa 4.....	37
Lisa 5.	47

Sissejuhatus

Tänapäeva pideva kõrgtehnoloogia arenguga oleme jõudnud aega, kus informatsiooni ülekandmine erinevate seadmete abil on tehtud tavakasutaja jaoks kättesaadavamaks ja lihtsamaks. Üheks tähtsamaks leiutiseks, mis võimaldas erinevate toodete eristamist ja info lihtsat ülekandmist, oli vöötkood. Vöötkood on info formaadi tüüp, mis töötati välja krüptitud info säilitamise jaoks. Hiljem sai tavalisest vöötkoodist kahemõõtmeline, mis oli täiuslikum ja kättesaadavam võrreldes oma eelkäijatega. Dekodeerimise protsessi lihtsustati ning kanti üle tavalisele mobiiltelefoni kaamerale. See ongi üks põhjustest, miks kahemõõtmeline vöötkood muutus nii laialt levinuks.

Bakalaureusetöö eesmärgiks on tutvustada QR-koodi, mis on üks tuntumaid kahemõõtmelisi vöötkoode. Töö on jagatud kaheks osaks: teoreetiliseks ja praktiliseks. Esimeses osas tutvustan QR-koodi põhiomadusi, struktuuri ja dekodeerimise protsessi, teises osas näitan QR-koodi kasutusvõimalust. On olemas mitmeid rakendusi, mis võimaldavad QR-koodi dekodeerida. Bakalaureusetöös koostatud rakendus on tehtud spetsiaalselt Tartu Ülikooli õppeinfosüsteemi kasutajate jaoks, et lihtsustada tunniplaani ülekandmist oma mobiilsele seadmele kasutades kaamerat ja QR-koodi. Esialgu töötab rakendus vaid iPhone'is.

Töö lisades on toodud:





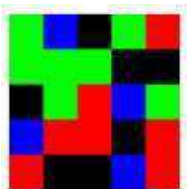
- andmed iga QR-koodi versiooni jaoks,
- funktsioonid koodisõnade arvutamiseks, mis vastutavad veaparandamise eest,
- tähtnumbrite konverteerimistabel,
- Galois field (2^8) primitiivse elemendi α astmete tabel.

Tööle on ka lisatud CD-plaat, millelt võib leida:

- kasutusjuhendi,
- tarkvara lähtekoodi,
- kompileeritud koodi,
- bakalaureusetöö kirjaliku osa.

1. Mis on QR-kood?

On olemas mitu erinevat kahemõõtmelist koodi. [Tabelis 1.1](#) on toodud sagedamini esinevad koodid.

Nimetus	Näide
QR-kood	
SemaCode	
ShotCode	
VeriCode	
ColorCode	

Tabel 1.1 Kahemõõtmelised vötkoodid

QR-kood (*Quick Response*) on enim kasutatud kahemõõtmeline kood, mida tänapäeval kasutatakse info vahetamiseks, digitaalse sisu laadimiseks, toodete info säilitamiseks, veebilehtede sirvimiseks, identifitseerimiseks, kaubanduslikel eesmärkidel. Andmed võivad olla numbrilisel, tähtnumbrilisel, binaarsel ja jaapani sümbolite kujul ning andmemaht sõltub QR-koodi versioonist. Kokku mahutab QR-kood endas ligikaudu 4000 tähekujulist sümbolit. Üks eripäradest on ka vigade parandamise võimalus, mis võib taastada kuni 30% kahjustatud andmetest. [4] Seega on QR-kood universaalne info hoidmiseks ja ülekandmiseks ning sellega saab ükskõik millist tüüpi andmeid krüpteerida ja vajadusel taastada osa kadunud infost.

2. QR-koodiomadused

QR-kood on kahemõõtmeline sümbol, mis leiutati 1994. aastal Jaapanis. 2001. aastal sai ta ISO standardi kinnituse. [4] Algselt oli see mõeldud autoosade tootmise kontrollimiseks, hiljem aga levis ka teistesse valdkondadesse. [7] Taolise laialdase leviku tagasid koodile selle omadused, mis sisaldavad endas erinevate vötkoodide parimaid tunnuseid.

Suur mahutavus

Võrreldes tavalise vötkoodiga, mis mahutab endas umbes 20 numbrit, on QR-kood võimeline salvestama mitusada korda rohkem infot. QR-kood salvestab mis tahes tüüpi infot, nagu numbreid ja tähti, kanji, kana, hiragana sümboleid, binaarset infot. [7] Tabelis 2.1 on toodud teave andmete mahutavusest.

Tüüp	Näide	Mahutavus
Numbrid	(0-9)	7089 märki
Tähtnumbriline	(0 - 9 A - Z \$ % * -./:) kokku 45 märki	4296 märki
Kanji, Kana, Hiragana	mitmebaidine märk	1817 märki
Binaarne	2953 baiti	2953 baiti

Tabel 2.1 [6] Teave andmete mahutavuse kohta

Väike väljatrüki suurus

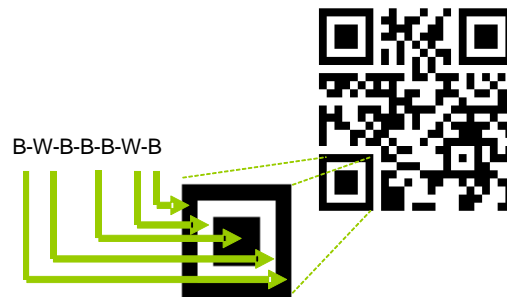
QR-kood sisaldab infot nii horisontaalselt kui ka vertikaalselt. Võrreldes lihtsa vöötkoodiga vajab QR-kood sama hulga info salvestamiseks kümme korda vähem ruumi. See kehtib eriti väikese väljatrüki suuruse saamiseks, mille puhul kasutatakse mikro-QR-koodi. Joonisel ([Joonis 2.1](#)) on näha, et põhiline erinevus tavalise ja mikro-QR-koodi vahel on piirkondade arvus, mis määravad asukoha. Kuna mikro-QR-koodi mahutavus on piiratud 35 sümboliga, siis kasutatakse seda peamiselt elektronskeemide ja elektroonika osade identifitseerimiseks.



Joonis 2.1 Mikro QR-koodi ja QR-koodi erinevused

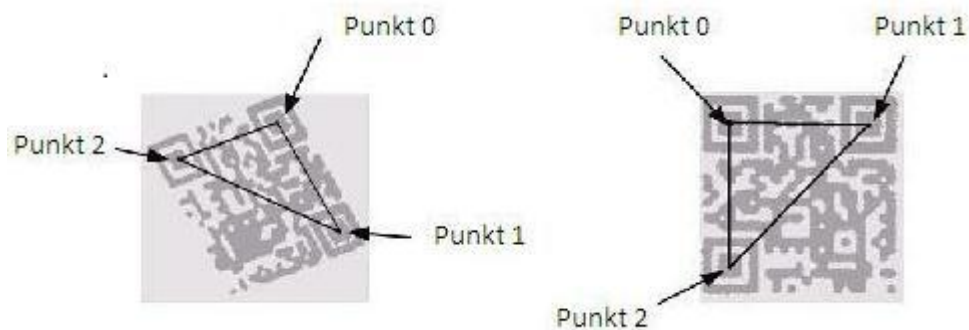
Mitmesuunaline (360°) kiire lugemine

Tavalise vöötkoodi korral kulus palju aega sümboli asukoha leidmiseks ning nende lugemine oli ebatäpsem kui QR-koodi puhul. QR-koodil on olemas asukohta määravad piirkonnad, mis asetsevad sümboli nurkades. Nad võimaldavad kiiret lugemist kõikides suundades (360°). Nende piirkondade üles leidmiseks kasutatakse erisuhet 1:1:3:1:1, mida võib esitada ka musta ja valge värviga [[5](#)] ([Joonis 2.2](#)).



Joonis 2.2 [10] Värvide erisuhe 1:1:3:1:1

Kui need kolm piirkonda on leitud, moodustatakse nendest kolmnurk (Joonis 2.3). Kasutades koosinuste reeglit, leitakse suurim nurk, milleks on Punkt 0. See punkt loetakse koordinaattelje alguspunktiks ja pannakse ülemisse vasakusse nurka. [3] Seega on sümbol pööratud. Samal ajal arvutatakse ka sümboli mõõtmed. Selline struktuur võimaldab suurendada dekodeerimise kiirust 20 korda võrreldes tavalise vöötkoodiga.



Joonis 2.3 [3] QR-kood enne ja pärast pööramist.

Vastupidavus

QR-koodil on neli veaparandamise taset (7%, 15%, 25% ja 30%) [6] juhul, kui pilt on kaetud mingi plekiga või on kahjustatud (Joonis 2.4).





Joonis 2.4 [6], [7] Kahjustatud piltide näited

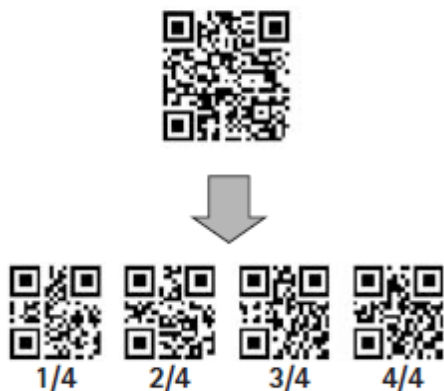
Info taastamiseks kasutatakse Reed-Solomon veaparandamise süsteemi. See süsteem on kasutusel erinevates digitaalsetes rakendustes, sealhulgas CD-ROM lugemisel ja modemi internetiühendusel, kus tugeva veaparandamise võimalus on hädavajalik. [2]

Kanji ja kana sümbolite salvestamine

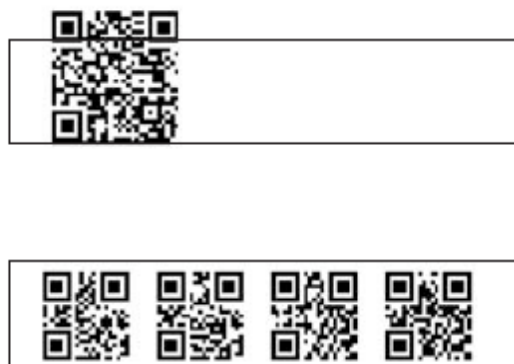
QR-kood arendati selleks, et seda tulevikus Jaapanis kasutada. Sellepärast oli tähtis, et see salvestaks kanji ja kana sümboliteid. Tavalistes vöötkoodides salvestatakse sümbolid binaarsel kujul, mis vajavad 16 bitti iga sümboli jaoks. QR-kood kodeerib Jaapani märgi 13 bitiks, mis tähendab seda, et on võimalik salvestada 20% rohkem infot kui teistes vöötkoodides.

Linkimise funktsionaalsus

QR-koodi võib jagada mitmeks väiksemaks osaks. Üks sümbol võib olla jagatud 16 sümboliks. [6] [Joonisel 2.5](#) on näitena toodud sümbol, mis on jagatud neljaks osaks. Igal sümbolil on olemas indikaator, mis näitab mitmest osast koosnes esialgne sümbol. See võimaldab töötada seesoleva infoga vaatamata sellele, millises järjekorras olid sümbolid loetud. Sellise funktsionaalsusega saab QR-koodi printida ka pindadele, mis pole piisavalt laiad, et kogu sümbolit mahutada ([Joonis 2.6](#)). [7]



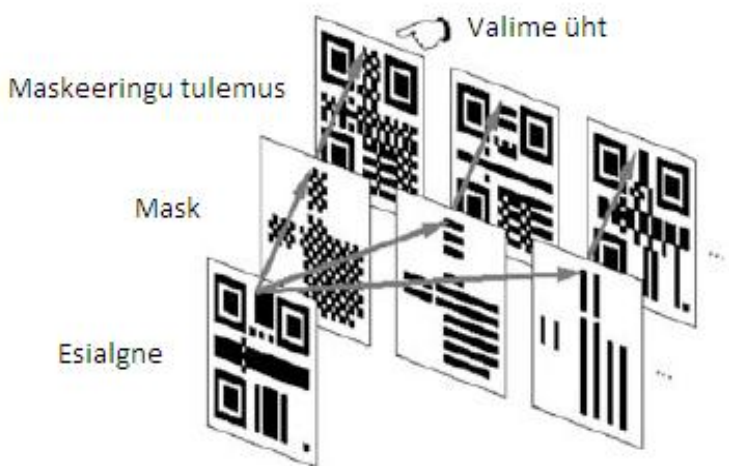
Joonis 2.5 [7] QR-kood on jagatud neljaks osaks



Joonis 2.6 [7] Printimise võimalus

Maskeering

Peamine eesmärk andmete maskeerimiseks on leida sobiv tasakaal tumedate ja heledate värvide vahel ja vältida selliste piirkondade tekkimist, mis on sarnased piirkondadega, mis vastutavad asukoha, joondumise ja koordinaattelje eest. [7] On olemas kaheksa erinevat maski, millest valitakse üks suurema koefitsiendiga, mis põhineb *bitwise XOR* toimingutel. Erinevate lahtrite heleduse muutmine (st valged lahtrid muutuvad mustaks ja vastupidi) ongi andmete maskeerimine ([Joonis 2.7](#)).



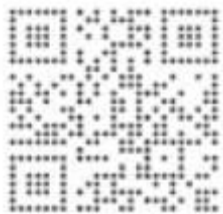
Joonis 2.7 [7] Maskeerimise protsess

Konfidentsiaalsus

QR-koodi saab kergesti krüpteerida, kasutades erinevaid seoseid märkide ja salvestatud andmete vahel. Keegi ei ole võimeline QR-koodi lugema seni, kuni konverteerimistabel märkide ja salvestatud andmete vahel pole dešifreeritud. [7]

Printimise võimalused

QR-kood on hästi loetav isegi siis, kui sümboli lahter on ümmargune ([Joonis 2.8](#)). Kui must ja valge värv on liigse valgustamise pärast ümberpööratud ([Joonis 2.9](#)), on koodi lugemine ikka täpne. Lugemine on võimalik ka sümboli tagaküljelt ([Joonis 2.10](#)), kui see on trükitud läbipaistvale materjalile (nt klaas).



Joonis 2.8. [7] Ümarad lahtrid



Joonis 2.9 [7] Ümberpööratud värvid



Joonis 2.10 [7] QR-kood läbipaistval materjalil

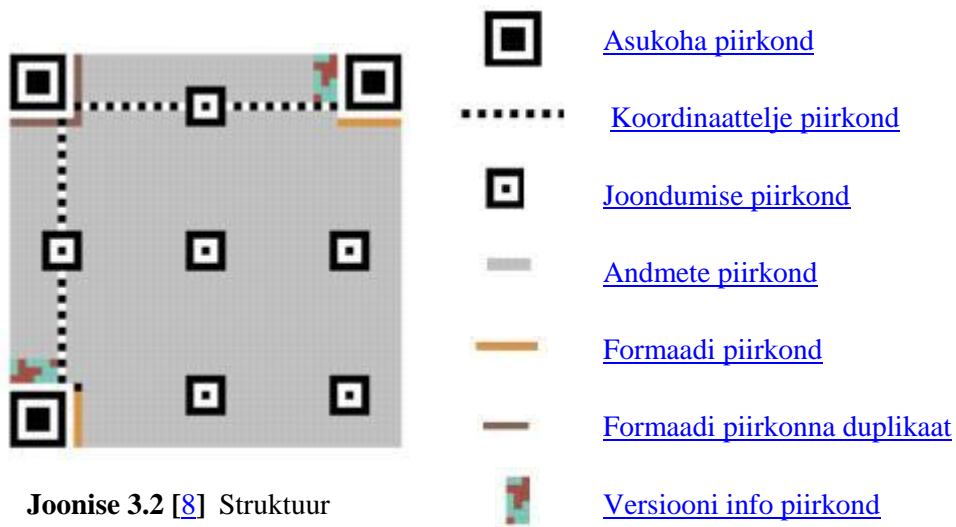
3. QR-koodi struktuur

QR-koodil on olemas 40 erinevat versiooni. Versioonid erinevad omavahel lahtrite arvu poolest ([Joonis 3.1](#)). Igale lahtrile vastab kas must või valge värv ja need on määratud vastavalt '1' või '0' bittiga.



Joonis 3.1 [6] QR-koodi erinevad versioonid

Mustadest ja valgetest lahtritest moodustatakse kodeerimise ja funktsionaalsuse piirkondi. Asukoha, joondumise, koordinaattelje ja eraldamise tsooni määravad piirkonnad vastutavad funktsionaalsuse eest, andmeid ja formaati määravad piirkonnad aga kodeerimise eest. [3] [Joonisel 3.2](#) on kujutatud struktuuri põhielemendid.



Joonise 3.2 [8] Struktuur

Asukoha piirkond

Seda piirkonda kasutatakse selleks, et QR-koodi leida. Need piirkonnad asuvad nurkades ja võimaldavad mitmesuunalist (360°) lugemist ning koodi asukoha ja mõõtmete leidmist.

Joondumise piirkond

Seda piirkonda kasutatakse juhul, kui QR-koodi loetakse nurga alt. Selleks leitakse piirkonna keskkoordinaat ja selle abil parandatakse sümboli moonutamist.

Koordinaattelje piirkond

Seda piirkonda kasutatakse lahtrite koordinaatide määramiseks. See võimaldab dekodeerimise protsessis leida iga biti positsiooni ja nendest hiljem koodisõnu rekonstrueerida.

Eraldamise piirkond

Tühja piirkonda, mis asub ümber QR-koodi, kasutatakse tavaliselt selleks, et suurendada asukoha leidmise kiirust.

Andmete piirkond

Kõige olulisem ja suurim piirkond, mis vastutab andmete säilitamise eest.

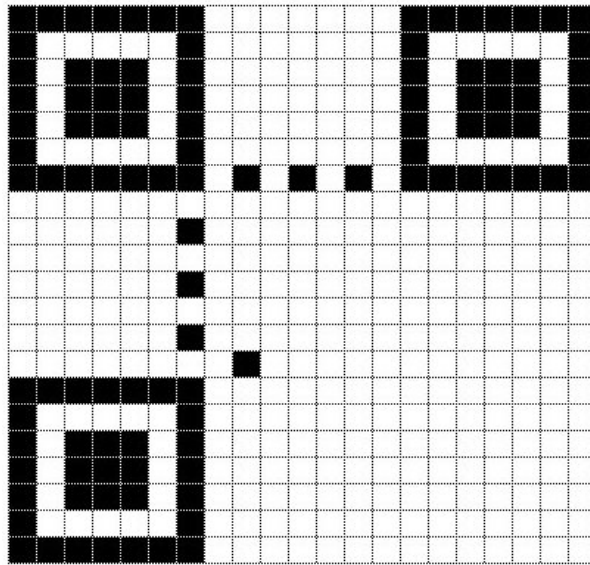
Formaati ja versiooni sisaldavad piirkonnad

Sisaldab infot QR-koodist, selle versioonist, andmete tüübist, maskeerimisest jne. Need piirkonnad võimaldavad infot õigesti dekodeerida. QR-koodis hoitakse ka formaadi ja versiooni info duplikaate, et vältida sisu kahjustumist.

4. QR-koodi kodeerimise protsess

Selles sektsioonis kirjeldatakse kodeerimise protsessi. Et protsess oleks arusaadavam, kodeerime QR-koodi sisuga „ABCDE123“. Enne protsessi algust valitakse QR-koodi versioon. Valik sõltub andmete mahust, tüübist ning veaparandamise tasemest. Kasutades tabelit ([Lisa 1](#)), saame leida sobiva versiooni. Meie näite jaoks sobib QR-kood versiooniga 1 ja veaparandamise tasemega H (ehk 30%).

Kui oleme valinud sobiva versiooniga QR-koodi, võime panna põhipiirkonnad sümboli sisse. Need on asukohta ja koordinaattelge määravad piirkonnad. Kuna joondumise piirkonnad pannakse alates versioonist 2, siis jätame selle meie näitest välja. [Joonis 4.1](#) näitab esialgset QR-koodi maatriksit.



Joonis 4.1 [[11](#)] QR-koodi asukohta ja koordinaattelge määravad piirkonnad

Järgmisena valime indikaatori, mis on 4-bitine binaar. Vastavalt andmete tüübile on neli indikaatorit:

0001 – numbriline

0010 – tähtnumbriline

0100 – binaarne

1000 – KANJI

Kuna meie valitud näide on tähtnumbrilisel kujul, siis indikaatoriks saab **0010**.

Pärast indikaatorit määravad järgmised bitid andmete suuruse. Bittide pikkuse valime järgmise tabeli abil:

Versioon	Numbrid	Tähtnumbrid	Binaarne	Kanji
1-9	10	9	8	8
10-26	12	11	16	10
27-40	14	13	16	12

[11]

Näites on meil 8 tähtnumbrilist märki, kodeerime need 9-bitisesse binaarsesse kujusse.

Saame 0010 **000001000**.

Edasi kodeerime andmeid. Kui andmed on numbrilisel kujul, siis need jagatakse osadeks, igas osas on 3 numbrit. Näiteks olgu meil arv „123456“. Siis oleks see jagatud „123“ ja „456“, mis edasi oleks kodeeritud 10-bitiseks binaariks. Kui andmed on esitatud tähtnumbrilisel kujul, siis konverteeritakse iga märk vastavalt tabelile [Lisa 2](#). Pärast seda jagatakse andmed osadeks, igas osas on 2 tähemärki. Iga osa esimese märgi konverteeritud number korrutatakse 45-ga ja lisatakse teise märgi konverteeritud number. Tulemus kodeeritakse 11 bitiseks binaariks:

	"AB"	"CD"	"E1"	"23"
	$45 \cdot 10 + 11$	$45 \cdot 12 + 13$	$45 \cdot 14 + 1$	$45 \cdot 2 + 3$
	461	553	631	93

0010 000001000	00111001101	01000101001	01001110111	00001011101
----------------	-------------	-------------	-------------	-------------

[11]

Lõpu määramiseks kasutatakse katkestajat 0000:

0010 000001000 00111001101 01000101001 01001110111 00001011101 **0000**

Tulemus kodeeritakse koodisõnadeks jagades selle 8-bitisteks binaarideks:

00100000 01000001 11001101 01000101 00101001 11011100 00101110 10000

Kui viimases osas on vähem kui 8 bitti, siis lisatakse nullid juurde.

00100000 01000001 11001101 01000101 00101001 11011100 00101110 10000**000**

Kui koodisõnade arv on väiksem kui vastav arv tabelis ([Lisa 3](#)), siis lisatakse lõppu vahetusega "11101100" ja "00010001", kuni saame vastava koodisõnade arvu:

00100000 01000001 11001101 01000101 00101001 11011100 00101110 10000000 **11101100**

Esitades selle kümnendmurruna saame:

32 65 205 69 41 220 46 128 236

Edasi arvutatakse veaparanduse koodisõnad. Selleks kasutatakse QR-koodis Reed-Solomon süsteemi. Vaatleme arvutamise protsessi meie näite põhjal. Alguses valime funktsiooni $g(x)$ kasutades tabelit [Lisa 3](#). Kuna vastavalt tabelile [Lisa 1](#) on veaparandamise koodisõnade arv 17, siis valime järgmise funktsiooni:

$$g(x) = x^{17} + \alpha^{43}x^{16} + \alpha^{139}x^{15} + \alpha^{206}x^{14} + \alpha^{78}x^{13} + \alpha^{43}x^{12} + \alpha^{239}x^{11} + \alpha^{123}x^{10} + \alpha^{206}x^9 + \alpha^{214}x^8 + \alpha^{147}x^7 + \alpha^{24}x^6 + \alpha^{99}x^5 + \alpha^{150}x^4 + \alpha^{39}x^3 + \alpha^{243}x^2 + \alpha^{163}x + \alpha^{136}$$

α on siinjuures Galois Field(2^8) primitiivne element, mida saame numbriks konverteerida, kasutades tabelit [Lisa 4](#).

Kasutades edasi koodisõnade koefitsienti, moodustame polünoomi $f(x)$, kus x kordaja astmed on 25 kuni 17 (kuna meil on 17 veaparandamise ja 9 andmete koodisõnu, siis kokku saamegi 25).

$$f(x)=32x^{25}+65x^{24}+205x^{23}+69x^{22}+41x^{21}+220x^{20}+46x^{19}+128x^{18}+236x^{17}$$

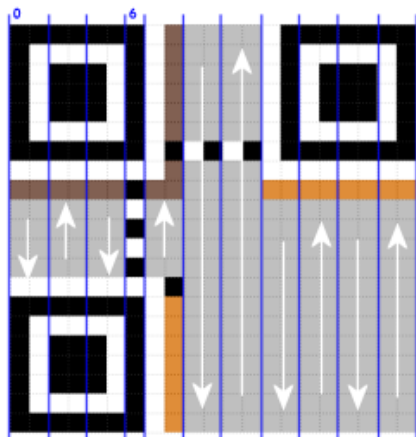
Veaparandamise koodisõnadeks on koefitsiendid polünoomis, mis saadakse $f(x)$ 'i $g(x)$ 'ga jagamisel. Arvutamise (vt [Lisa 5](#)) tulemuseks saame:

$$R(x)=42x^{16}+159x^{15}+74x^{14}+221x^{13}+244x^{12}+169x^{11}+239x^{10}+150x^9+138x^8+70x^7+237x^6+85x^5+224x^4+96x^3+74x^2+219x+61$$

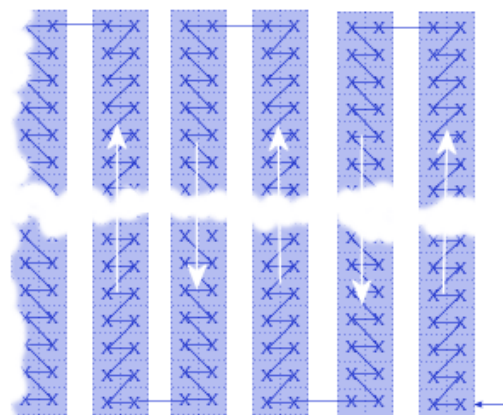
ehk

32 65 205 69 41 220 46 128 236 **42 159 74 221 244 169 239 150 138 70 237 85 224 96 74 219**
61

Järgmisena peab saadud andmed jaotama. QR-koodi üks lahter mahutab ühe biti. [Joonisel 4.2](#) ja [4.3](#) on näidatud andmete jaotamise viis.

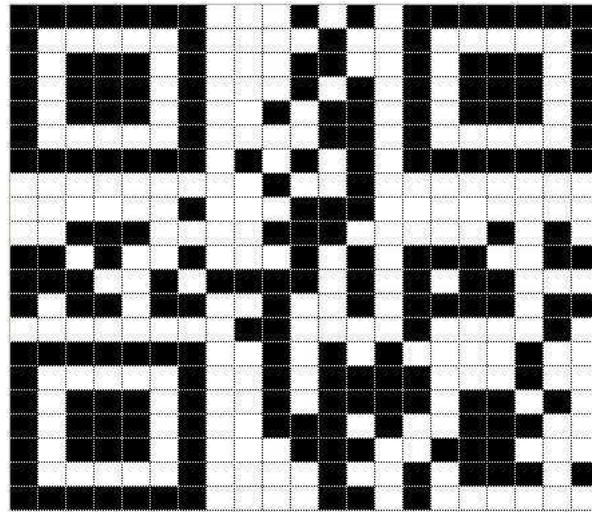


Joonis 4.2 [8] Andmete jaotamise viis



Joonis 4.3 [8] Andmete jaotamise viis

Bittide paigutamine algab alumisest paremast nurgast. Sellisel viisil läbitakse iga lahter. Kui mingit lahtrit ei saa kasutada (st seal asub mingi fikseeritud piirkond), siis otsitakse järgmist tühja lahtrit. Kui oleme paigutanud kõik bitid, siis näeb meie esialgne joonis välja järgmiselt:



Joonis 4.4 [11] QR-kood koos andmetega

Kui värvid pole hästi balansseeritud (nt valgeid lahtreid on kaks korda rohkem kui musti), siis dekodeerimisel võivad tekkida vead. Et seda vältida, kasutatakse maskeerimisprotsessi, mis valib 1 kaheksast maskist, mis katab QR-koodi. Maski indikaator on 3-bitine binaar. Tabelis on toodud indikaatorid ja valemid nende arvutamiseks.

Indikaator	Valem
000	$(i + j) \bmod 2$
001	$i \bmod 2$
010	$j \bmod 3$
011	$(i + j) \bmod 3$

100	$((i \text{ div } 2) + (j \text{ div } 3)) \bmod 2$
101	$(i \bmod 2) + (i \bmod 3)$
110	$((i \bmod 2) + (i \bmod 3)) \bmod 2$
111	$((i+j) \bmod 2 + (i \bmod 3)) \bmod 2$
000	$(i + j) \bmod 2$

“Mod” on jagamise jäägi leidmine, „div” – täisarvuline jagamine, i ja j on biti koordinaadid. Vastavalt valemis saadud arvule valitakse biti jaoks sobiv värv.

Seejärel arvutatakse ja valitakse sobivaim sümbol. Valimise protsess on arvutuslikult kulukas tegevus, seega see etapp jäetakse tihti välja, valides maski juhuslikult. Meie näites valime maskeerimiseks 011 indikaatori.

QR-koodi formaadis säilitatakse maski ja veaparandamisega seotud infot. Info on 15-bitine. Esimesed kaks bitti määravad veaparandamise taseme ([Tabel 4.2](#)), kus 0 ja 1 on vastavalt must ja valge lahter.

Vea parandamise tase	Indikaator
L	01
M	00
Q	11
H	10

Tabel 4.2 Veaparandamise taseme indikaator

Kuna näites oli meil valitud tase H, siis esimesed bitid on:

10

Järgmised kolm bitti määravad maski indikaatori.

10 **011**

Ülejäänud 10 bitti võimaldavad dekodeerimisel kontrollida formaadi info vigu. Kasutades BCH (Bose-Chaudhuri-Hocquenghem) algoritmi, saame need bitid välja arvutada. Selleks fikseerime BCH jagaja $G(x)$ [11]:

$$G(x) = x^{10} + x^8 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$$

Järgmiseks fikseerime polünoomi $F(x)$, mille koefitsientideks on esimesed 5 bitti ja nende astmed, põhinedes polünoomil $G(x)$, mis algavad kümnest. Seega saame:

$$F(x) = x^{14} + x^{11} + x^{10}$$

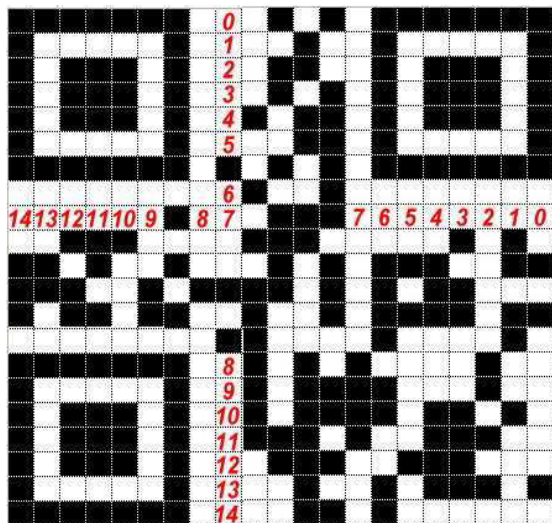
Nüüd jagame $F(x)$ $G(x)$ kasutades OR jagamist. Jäägiks saame $R(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x$ ja formaadi info näeb välja järgmine:

10 011 **0111000010**

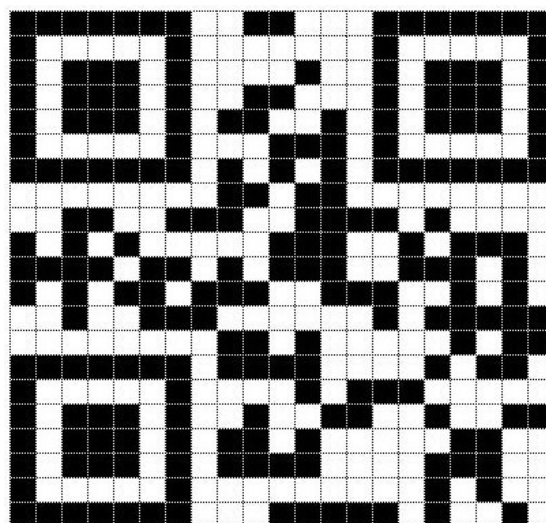
kus viimased 10 bitti on jäägi koefitsiendid. Et vältida olukorda, kus kõik bitid on nullid, kasutatakse loogilist liitmist binaariga 10 101 0000010010. Summaks saame:

00 110 0111010000

Iga bit pannakse lahtri sisse vasakult paremale, 14 kuni 0 (vt [Joonist 4.5](#)). Kui biti väärtus on 1, pannakse lahtri värviks must ja vastupidi, kui väärtuseks on 0, jääb lahter valgeks ([Joonis 4.6](#)).

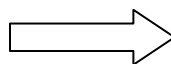
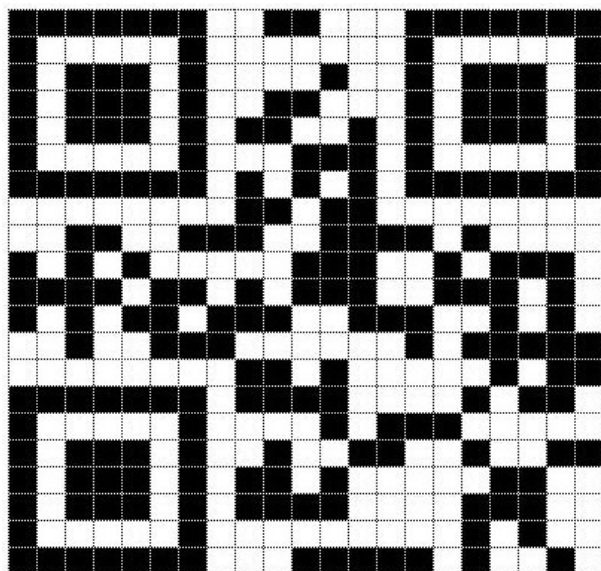


Joonis 4.5 Formaadi info jaotamise viis



Joonis 4.6 [11] QR-kood koos formaadi infoga

Kasutades varem valitud maski, saame lõpuks:



Joonis 4.5 [11] Maskeeritud QR-kood

5. Praktiline osa

On olemas kalendriprogrammid, mis võimaldavad importida tunniplaani nutiseadmetesse. Praegune lahendus kasutab selleks erinevaid programme ja protseduure, et sünkroniseerida ÕISIS olev tunniplaan seadmega.

Püstitatud ülesanne

Püstitatud ülesandeks on lihtsustada tunniplaani importimist iPhone'i. Nimelt kasutada seadme kaamerat ja rakendust, mis dekodeerib QR-koodi, et tunniplaan enda seadmele üle kanda. QR-kood asuks iga tunniplaani all. Sisuks oleks link kujul `http://[kalendri allalaadimise link]#[kirjeldus]`. Rakendus peaks võimaldama dekodeerida QR-koodi versioonidega 1 kuni 40, erinevate veaparandamise tasemetega. Arendamise keeleks on *Objective-C*. Dekodeerimise raamistik on juurutatud.

Lahendus

Dekodeerimiseks juurutati *zxing* raamistik ja tunniplaani failidele ligipääsemiseks kasutati *webcal URI*. Rakendus vajab internetiühendust, et kalendrit alla laadida. Rakenduse nimeks pandi „utScanner“. Käivitamisel ilmub ekraanile skänneri aken ([Pilt 5.1](#)). Kui viime skänneri QR-koodi peale, proovib ta seda dekrüpteerida. Kui see õnnestub, salvestatakse tunniplaan otse kalendrisse.



6. Kokkuvõte

Käesoleva bakalaureusetöö eesmärk oli QR-koodi omaduste tutvustamine ja dekodeerimise protsessi uurimine ning selle kirjeldamine. Selleks kasutati mitmeid ingliskeelseid allikaid. Töö kirjutamise käigus analüüsi QR-koodi võimalusi, vaadeldi erinevaid näiteid, töötati läbi kirjandus QR-koodi kohta jne. Töö alguses kirjeldati struktuuri ja põhiomadusi. Seejärel koostati detailne juhend QR-koodi loomiseks. Pärast teoreetilist osa anti ülevaade praktilise osa tööpõhimõtetest, selle kasutamisest ja programmeerimisest. Kuna programmeerimiskeeleks oli valitud *Objective-C*, siis rakendus toimib ainult iPhone'ga.

Kokkuvõtteks võib öelda, et jõudsin püstitatud eesmärgini. Tutvusin QR-koodiga ja suutsin luua rakenduse, mis lihtsustab tunniplaani importimist seadmesse.

Summary

Quick Response Code – overview and practical using

Artjom Popov

The aim of this bachelor thesis is to introduce QR-code and create software which could simplify importation of the timetable into iPhone calendar.

In this research I introduce QR-code. The first part of the work is about QR-code main features and structure. The next part is the most important one which gives detailed description of decryption process. Various useful tables were created and used here to calculate the code words. They are added as additions to this work.

One of the main part of this work was practical. I enhanced existing framework called zxing by adding the ability to maintain iCal files and import them.

In conclusion I achieved my goal. I managed to describe main aspects of QR-code and create a working application which could be used on the iPhone.

Kasutatud kirjandus

1. Proceedings of the International Multiconference on Computer Science and Information Technology pp. 709–716
<http://www.proceedings2010.imcsit.org/pliks/79.pdf> - viimati vaadatud 20.06.2011
2. Abhijit Bhattacharjee “QR Codes More Than Just JigSaw-like Images!”
<http://www.clevertexting.com/downloads/QRcodesIndia.pdf> - viimati vaadatud 20.06.2011
3. Automatic Recognition Algorithm of Quick Response Code Based on Embedded System
http://www.tecgraf.puc-rio.br/~mgattass/fcg/trb09/IsmaelAndadePimentel/Comp_graf_trab2/QRCode.pdf - viimati vaadatud 20.06.2011
4. ISO/IEC 18004:2000. Information technology-Automatic identification and data capture techniques-Bar code Symbolology-QR Code, 2000
5. Barcode Reader Resource Center
http://www.keyence.com/barcode/technology/barcode_2d_qr_code.php - viimati vaadatud 20.06.2011
6. <http://www.denso-wave.com/qrcode/aboutqr-e.html> - viimati vaadatud 20.06.2011
7. Synthesis journal 2008
http://qrbcn.com/imatgesbloc/Three_QR_Code.pdf - viimati vaadatud 20.06.2011
8. <http://www.pclviewer.com/rs2/qrtopology.htm> - viimati vaadatud 20.06.2011
9. QR Code Security
http://www.sba-research.org/wp-content/uploads/publications/QR_Code_Security.pdf - viimati vaadatud 20.06.2011

10. http://www.pixeltangent.com/downloads/qr_detection.ppt - viimati vaadatud 20.06.2011
11. Fu-Chuan Chen „Designing Personalized Mobile Shopping System for Cell Phones by QR Code”, June 2007.

Lisa 1.

Version	Suurus	Koodisõnade arv	Veaparandamise koodisõnade arv	Veaparandamise tase	Mahtuvus				
					Bitid	Numbrid	Tähtnumbrid	Binaarne	Kanji
1	21x21	19	7	L	152	41	25	17	10
		14	10	M	128	34	20	14	8
		13	13	Q	104	27	16	11	7
		9	17	H	72	17	10	7	4
2	25x25	34	10	L	272	77	47	32	20
		28	16	M	224	63	38	26	16
		22	22	Q	176	48	29	20	12
		16	28	H	128	34	20	14	8
3	29x29	55	15	L	440	127	77	53	32
		44	26	M	352	101	61	42	26
		34	36	Q	272	77	47	32	20
		26	44	H	208	58	35	24	15
4	33x33	80	20	L	640	187	114	78	48
		64	36	M	512	149	90	62	38
		48	52	Q	384	111	67	46	28
		36	64	H	288	82	50	34	21
5	37x37	108	26	L	864	255	154	106	65
		86	48	M	688	202	122	84	52
		62	72	Q	496	144	87	60	37
		46	88	H	368	106	64	44	27
6	41x41	136	36	L	1,088	322	195	134	82
		108	64	M	864	255	154	106	65
		76	96	Q	608	178	108	74	45
		60	112	H	480	139	84	58	36
7	45x45	156	58	L	1,248	370	224	154	95
		124	90	M	992	293	178	122	75
		88	126	Q	704	207	125	86	53

		66	148	H	528	154	93	64	39
8	49x49	194	66	L	1,552	461	279	192	118
		154	106	M	1,232	365	221	152	93
		110	150	Q	880	259	157	108	66
		86	174	H	688	202	122	84	52
9	53x53	232	78	L	1,856	552	335	230	141
		182	128	M	1,456	432	262	180	111
		132	178	Q	1,056	312	189	130	80
		100	210	H	800	235	143	98	60
10	57x57	273	91	L	2,192	652	395	271	167
		215	149	M	1,728	513	311	213	131
		153	211	Q	1,232	364	221	151	93
		121	243	H	976	288	174	119	74
11	61x61	323	99	L	2,592	772	468	321	198
		253	169	M	2,032	604	366	251	155
		179	243	Q	1,440	427	259	177	109
		139	283	H	1,120	331	200	137	85
12	65x65	369	115	L	2,960	883	535	367	226
		289	195	M	2,320	691	419	287	177
		205	279	Q	1,648	489	296	203	125
		157	327	H	1,264	374	227	155	96
13	69x69	427	123	L	3,424	1,022	619	425	262
		333	217	M	2,672	796	483	331	204
		243	307	Q	1,952	580	352	241	149
		189	371	H	1,440	427	259	177	109
14	73x73	460	160	L	3,688	1,101	667	458	282
		364	256	M	2,920	871	528	362	223
		260	360	Q	2,088	621	376	258	159
		196	424	H	1,576	468	283	194	120
15	77x77	522	172	L	4,184	1,250	758	520	320
		414	280	M	3,320	991	600	412	254
		294	400	Q	2,360	703	426	292	180

		222	472	H	1,784	530	321	220	136
16	81x81	588	194	L	4,712	1,408	854	586	361
		452	330	M	3,624	1,082	656	450	277
		324	458	Q	2,600	775	470	322	198
		252	530	H	2,024	602	365	250	154
17	85x85	646	228	L	5,176	1,548	938	644	397
		504	368	M	4,056	1,212	734	504	310
		366	508	Q	2,936	876	531	364	224
		282	592	H	2,264	674	408	280	173
18	89x89	720	250	L	5,768	1,725	1,046	718	442
		562	408	M	4,504	1,346	816	560	345
		396	574	Q	3,176	948	574	394	243
		312	658	H	2,504	746	452	310	191
19	93x93	794	276	L	6,360	1,903	1,153	792	488
		626	444	M	5,016	1,500	909	624	384
		444	626	Q	3,560	1,063	644	442	272
		340	730	H	2,728	813	493	338	208
20	97x97	860	314	L	6,888	2,061	1,249	858	528
		668	506	M	5,352	1,600	970	666	410
		484	690	Q	3,880	1,159	702	482	297
		384	790	H	3,080	919	557	382	235
21	101x101	931	351	L	7,456	2,232	1,352	929	572
		713	569	M	5,712	1,708	1,035	711	438
		511	771	Q	4,096	1,224	742	509	314
		405	877	H	3,248	969	587	403	248
22	105x105	1005	389	L	8,048	2,409	1,460	1,003	618
		781	613	M	6,256	1,872	1,134	779	480
		567	827	Q	4,544	1,358	823	565	348
		441	953	H	3,536	1,056	640	439	270
23	109x109	1093	417	L	8,752	2,620	1,588	1,091	672

		859	651	M	6,880	2,059	1,248	857	528
		613	897	Q	4,912	1,468	890	611	376
		463	1047	H	3,712	1,108	672	461	284
24	113x113	1173	457	L	9,392	2,812	1,704	1,171	721
		913	717	M	7,312	2,188	1,326	911	561
		663	967	Q	5,312	1,588	963	661	407
		513	1117	H	4,112	1,228	744	511	315
25	117x117	1275	479	L	10,208	3,057	1,853	1,273	784
		999	755	M	8,000	2,395	1,451	997	614
		717	1037	Q	5,744	1,718	1,041	715	440
		537	1217	H	4,304	1,286	779	535	330
26	121x121	1369	513	L	10,960	3,283	1,990	1,367	842
		1061	821	M	8,496	2,544	1,542	1,059	652
		753	1129	Q	6,032	1,804	1,094	751	462
		595	1287	H	4,768	1,425	864	593	365
27	125x125	1467	547	L	11,744	3,514	2,132	1,465	902
		1127	887	M	9,024	2,701	1,637	1,125	692
		807	1207	Q	6,464	1,933	1,172	805	496
		627	1387	H	5,024	1,501	910	625	385
28	129x129	1530	620	L	12,248	3,669	2,223	1,528	940
		1192	958	M	9,544	2,857	1,732	1,190	732
		870	1280	Q	6,968	2,085	1,263	868	534
		660	1490	H	5,288	1,581	958	658	405
29	133x133	1630	660	L	13,048	3,909	2,369	1,628	1,002
		1266	1024	M	10,136	3,035	1,839	1,264	778
		910	1380	Q	7,288	2,181	1,322	908	559
		700	1590	H	5,608	1,677	1,016	698	430
30	137x137	1734	700	L	13,880	4,158	2,520	1,732	1,066
		1372	1062	M	10,984	3,289	1,994	1,370	843
		984	1450	Q	7,880	2,358	1,429	982	604
		744	1690	H	5,960	1,782	1,080	742	457

31	141x141	1842	740	L	14,744	4,417	2,677	1,840	1132
		1454	1128	M	11,640	3,486	2,113	1,452	894
		1032	1550	Q	8,264	2,473	1,499	1,030	634
		792	1790	H	6,344	1,897	1,150	790	486
32	145x145	1954	780	L	15,640	4,686	2,840	1,952	1,201
		1540	1194	M	12,328	3,693	2,238	1,538	947
		1114	1620	Q	8,920	2,670	1,618	1,112	684
		844	1890	H	6,760	2,022	1,226	842	518
33	149x149	2070	820	L	16,568	4,965	3,009	2,068	1,273
		1630	1260	M	13,048	3,909	2,369	1,628	1,002
		1170	1720	Q	9,368	2,805	1,700	1,168	719
		900	1990	H	7,208	2,157	1,307	898	553
34	153x153	2190	860	L	17,528	5,253	3,183	2,188	1,347
		1724	1326	M	13,800	4,134	2,506	1,722	1,060
		1230	1820	Q	9,848	2,949	1,787	1,228	756
		960	2090	H	7,688	2,301	1,394	958	590
35	157x157	2305	909	L	18,448	5,529	3,351	2,303	1,417
		1811	1403	M	14,496	4,343	2,632	1,809	1,113
		1285	1929	Q	10,288	3,081	1,867	1,283	790
		985	2229	H	7,888	2,361	1,431	983	605
36	161x161	2433	949	L	19,472	5,836	3,537	2,431	1,496
		1913	1469	M	15,312	4,588	2,780	1,911	1,176
		1353	2029	Q	10,832	3,244	1,966	1,351	832
		1053	2329	H	8,432	2,524	1,530	1,051	647
37	165x165	2565	989	L	20,528	6,153	3,729	2,563	1,577
		1991	1563	M	15,936	4,775	2,894	1,989	1,224
		1425	2129	Q	11,408	3,417	2,071	1,423	876
		1095	2459	H	8,768	2,625	1,591	1,093	673
38	169x169	2701	1029	L	21,616	6,479	3,927	2,699	1,661
		2101	1629	M	16,816	5,039	3,054	2,099	1,292
		1501	2229	Q	12,016	3,599	2,181	1,499	923

		1141	2589	H	9,136	2,735	1,658	1,139	701
39	173x173	2811	1099	L	22,496	6,743	4,087	2,809	1,729
		2215	1695	M	17,728	5,313	3,220	2,213	1,362
		1581	2329	Q	12,656	3,791	2,298	1,579	972
		1221	2689	H	9,776	2,927	1,774	1,219	750
40	177x177	2955	1139	L	23,648	7,089	4,296	2,953	1,817
		2333	1761	M	18,672	5,596	3,391	2,331	1,435
		1665	2429	Q	13,328	3,993	2,420	1,663	1,024
		1275	2819	H	10,208	3,057	1,852	1,273	784

Lisa 2

Märk	Kood		Märk	Kood
0	0		M	22
1	1		N	23
2	2		O	24
3	3		P	25
4	4		Q	26
5	5		R	27
6	6		S	28
7	7		T	29
8	8		U	30
9	9		V	31
A	10		W	32
B	11		X	33
C	12		Y	34
D	13		Z	35
E	14		[Tühik]	36
F	15		\$	37
G	16		%	38
H	17		*	39
I	18		+	40
J	19		-	41
K	20		.	42
L	21		/	43

Lisa 3.

Veaparandamise koodisõnade arv	$g(x)$
7	$x^7 + \alpha^{87}x^6 + \alpha^{229}x^5 + \alpha^{146}x^4 + \alpha^{149}x^3 + \alpha^{238}x^2 + \alpha^{102}x + \alpha^{21}$
10	$x^{10} + \alpha^{251}x^9 + \alpha^{67}x^8 + \alpha^{46}x^7 + \alpha^{61}x^6 + \alpha^{118}x^5 + \alpha^{70}x^4 + \alpha^{64}x^3 + \alpha^{94}x^2 + \alpha^{32}x + \alpha^{45}$
13	$x^{13} + \alpha^{74}x^{12} + \alpha^{152}x^{11} + \alpha^{176}x^{10} + \alpha^{100}x^9 + \alpha^{86}x^8 + \alpha^{100}x^7 + \alpha^{106}x^6 + \alpha^{104}x^5 + \alpha^{130}x^4 + \alpha^{218}x^3 + \alpha^{206}x^2 + \alpha^{140}x + \alpha^{78}$
16	$x^{16} + \alpha^{120}x^{15} + \alpha^{104}x^{14} + \alpha^{107}x^{13} + \alpha^{109}x^{12} + \alpha^{102}x^{11} + \alpha^{161}x^{10} + \alpha^{76}x^9 + \alpha^3x^8 + \alpha^{91}x^7 + \alpha^{191}x^6 + \alpha^{147}x^5 + \alpha^{169}x^4 + \alpha^{182}x^3 + \alpha^{194}x^2 + \alpha^{225}x + \alpha^{120}$
17	$x^{17} + \alpha^{43}x^{16} + \alpha^{139}x^{15} + \alpha^{206}x^{14} + \alpha^{78}x^{13} + \alpha^{43}x^{12} + \alpha^{239}x^{11} + \alpha^{123}x^{10} + \alpha^{206}x^9 + \alpha^{214}x^8 + \alpha^{147}x^7 + \alpha^{24}x^6 + \alpha^{99}x^5 + \alpha^{150}x^4 + \alpha^{39}x^3 + \alpha^{243}x^2 + \alpha^{163}x + \alpha^{136}$
18	$x^{18} + \alpha^{215}x^{17} + \alpha^{234}x^{16} + \alpha^{158}x^{15} + \alpha^{94}x^{14} + \alpha^{184}x^{13} + \alpha^{97}x^{12} + \alpha^{118}x^{11} + \alpha^{170}x^{10} + \alpha^{79}x^9 + \alpha^{187}x^8 + \alpha^{152}x^7 + \alpha^{148}x^6 + \alpha^{252}x^5 + \alpha^{179}x^4 + \alpha^5x^3 + \alpha^{98}x^2 + \alpha^{96}x + \alpha^{153}$
22	$x^{22} + \alpha^{210}x^{21} + \alpha^{171}x^{20} + \alpha^{247}x^{19} + \alpha^{242}x^{18} + \alpha^{93}x^{17} + \alpha^{230}x^{16} + \alpha^{14}x^{15} + \alpha^{109}x^{14} + \alpha^{221}x^{13} + \alpha^{53}x^{12} + \alpha^{200}x^{11} + \alpha^{74}x^{10} + \alpha^8x^9 + \alpha^{172}x^8 + \alpha^{98}x^7 + \alpha^{80}x^6 + \alpha^{219}x^5 + \alpha^{134}x^4 + \alpha^{160}x^3 + \alpha^{10}x^2 + \alpha^{165}x + \alpha^{231}$
28	$x^{28} + \alpha^{168}x^{27} + \alpha^{223}x^{26} + \alpha^{200}x^{25} + \alpha^{104}x^{24} + \alpha^{224}x^{23} + \alpha^{234}x^{22} + \alpha^{108}x^{21} + \alpha^{180}x^{20} + \alpha^{110}x^{19} + \alpha^{190}x^{18} + \alpha^{195}x^{17} + \alpha^{147}x^{16} + \alpha^{205}x^{15} + \alpha^{27}x^{14} + \alpha^{232}x^{13} + \alpha^{201}x^{12} + \alpha^{21}x^{11} + \alpha^{43}x^{10} + \alpha^{245}x^9 + \alpha^{87}x^8 + \alpha^{42}x^7 + \alpha^{195}x^6 + \alpha^{212}x^5 + \alpha^{119}x^4 + \alpha^{242}x^3 + \alpha^{37}x^2 + \alpha^9x + \alpha^{123}$

Lisa 4.

α astendaja	number		number	α astendaja
0	1		1	0
1	2		2	1
2	4		3	25
3	8		4	2
4	16		5	50
5	32		6	26
6	64		7	198
7	128		8	3
8	29		9	223
9	58		10	51
10	116		11	238
11	232		12	27
12	205		13	104
13	135		14	199
14	19		15	75
15	38		16	4
16	76		17	100
17	152		18	224
18	45		19	14
19	90		20	52
20	180		21	141

21	117	22	239
22	234	23	129
23	201	24	28
24	143	25	193
25	3	26	105
26	6	27	248
27	12	28	200
28	24	29	8
29	48	30	76
30	96	31	113
31	192	32	5
32	157	33	138
33	39	34	101
34	78	35	47
35	156	36	225
36	37	37	36
37	74	38	15
38	148	39	33
39	53	40	53
40	106	41	147
41	212	42	142
42	181	43	218
43	119	44	240
44	238	45	18
45	193	46	130
46	159	47	69
47	35	48	29

48	70	49	181
49	140	50	194
50	5	51	125
51	10	52	106
52	20	53	39
53	40	54	249
54	80	55	185
55	160	56	201
56	93	57	154
57	186	58	9
58	105	59	120
59	210	60	77
60	185	61	228
61	111	62	114
62	222	63	166
63	161	64	6
64	95	65	191
65	190	66	139
66	97	67	98
67	194	68	102
68	153	69	221
69	47	70	48
70	94	71	253
71	188	72	226
72	101	73	152
73	202	74	37
74	137	75	179

75	15	76	16
76	30	77	145
77	60	78	34
78	120	79	136
79	240	80	54
80	253	81	208
81	231	82	148
82	211	83	206
83	187	84	143
84	107	85	150
85	214	86	219
86	177	87	189
87	127	88	241
88	254	89	210
89	225	90	19
90	223	91	92
91	163	92	131
92	91	93	56
93	182	94	70
94	113	95	64
95	226	96	30
96	217	97	66
97	175	98	182
98	67	99	163
99	134	100	195
100	17	101	72
101	34	102	126

102	68		103	110
103	136		104	107
104	13		105	58
105	26		106	40
106	52		107	84
107	104		108	250
108	208		109	133
109	189		110	186
110	103		111	61
111	206		112	202
112	129		113	94
113	31		114	155
114	62		115	159
115	124		116	10
116	248		117	21
117	237		118	121
118	199		119	43
119	147		120	78
120	59		121	212
121	118		122	229
122	236		123	172
123	197		124	115
124	151		125	243
125	51		126	167
126	102		127	87
127	204		128	7
128	133		129	112

129	23		130	192
130	46		131	247
131	92		132	140
132	184		133	128
133	109		134	99
134	218		135	13
135	169		136	103
136	79		137	74
137	158		138	222
138	33		139	237
139	66		140	49
140	132		141	197
141	21		142	254
142	42		143	24
143	84		144	227
144	168		145	165
145	77		146	153
146	154		147	119
147	41		148	38
148	82		149	184
149	164		150	180
150	85		151	124
151	170		152	17
152	73		153	68
153	146		154	146
154	57		155	217
155	114		156	35

156	228		157	32
157	213		158	137
158	183		159	46
159	115		160	55
160	230		161	63
161	209		162	209
162	191		163	91
163	99		164	149
164	198		165	188
165	145		166	207
166	63		167	205
167	126		168	144
168	252		169	135
169	229		170	151
170	215		171	178
171	179		172	220
172	123		173	252
173	246		174	190
174	241		175	97
175	255		176	242
176	227		177	86
177	219		178	211
178	171		179	171
179	75		180	20
180	150		181	42
181	49		182	93
182	98		183	158

183	196		184	132
184	149		185	60
185	55		186	57
186	110		187	83
187	220		188	71
188	165		189	109
189	87		190	65
190	174		191	162
191	65		192	31
192	130		193	45
193	25		194	67
194	50		195	216
195	100		196	183
196	200		197	123
197	141		198	164
198	7		199	118
199	14		200	196
200	28		201	23
201	56		202	73
202	112		203	236
203	224		204	127
204	221		205	12
205	167		206	111
206	83		207	246
207	166		208	108
208	81		209	161
209	162		210	59

210	89		211	82
211	178		212	41
212	121		213	157
213	242		214	85
214	249		215	170
215	239		216	251
216	195		217	96
217	155		218	134
218	43		219	177
219	86		220	187
220	172		221	204
221	69		222	62
222	138		223	90
223	9		224	203
224	18		225	89
225	36		226	95
226	72		227	176
227	144		228	156
228	61		229	169
229	122		230	160
230	244		231	81
231	245		232	11
232	247		233	245
233	243		234	22
234	251		235	235
235	235		236	122
236	203		237	117

237	139		238	44
238	11		239	215
239	22		240	79
240	44		241	174
241	88		242	213
242	176		243	233
243	125		244	230
244	250		245	231
245	233		246	173
246	207		247	232
247	131		248	116
248	27		249	214
249	54		250	244
250	108		251	234
251	216		252	168
252	173		253	80
253	71		254	88
254	142		255	175
255	1			

Lisa 5.

Data code words in binary notation

```
00100000 01000001 11001101 01000010 00101001 11011100 00101110 10000000 11101100
```

Data code words in hexadecimal notation

0x20 0x41 0xCD 0x45 0x29 0xDC 0x2E 0x80 0xEC

Data code words in decimal notation

32, 65, 205, 69, 41, 220, 48, 128, 238.

Generator polynomial $g(x)=$

$$1x^0 + 119x^1 + 66x^2 + 83x^3 + 120x^4 + 119x^5 + 22x^6 + 197x^7 + 83x^8 + 249x^9 + 41x^{10} + 134x^{11} + 85x^{12} + 53x^{13} + 125x^{14} + 98x^{15} + 79x^{16}$$
Coefficients calculation $f(x)=$

$32x^{25} + 65x^{24} + 205x^{23} + 69x^{22} + 41x^{21} + 220x^{20} + 46x^{19} + 128x^{18} + 236x^{17} + 0x^{16} + 0x^{15} + 0x^{14} + 0x^{13} + 0x^{12} + 0x^{11} + 0x^{10} + 0x^9 + 0x^8 + 0x^7 + 0x^6 + 0x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x^1 + 0x^0$	a^5	a^{191}	a^{12}	a^{221}	a^{147}	a^{187}	a^{130}	a^7	a^{122}	$0x^{16} +$	$0x^{15} +$	$0x^{14} +$	$0x^{13} +$	$0x^{12} +$	$0x^{11} +$	$0x^{10} +$	$0x^9 +$	$0x^8 +$	$0x^7 +$	$0x^6 +$	$0x^5 +$	$0x^4 +$	$0x^3 +$	$0x^2 +$	$0x^1 +$	$0x^0$
$g(x)^{100}$ $(a^5)^{100}$ x^8	$0 +$ 5 a^5 x^8 $32 =$ 0	$43 +$ 5 a^{45} x^8 $65 =$ 7	$139 +$ 5 a^{144} x^8 $205 =$ 101	$208 +$ 5 a^{211} x^8 $69 =$ 247	$78 +$ 5 a^{83} x^8 $41 =$ 148	$43 +$ 5 a^{45} x^8 $220 =$ 154	$239 +$ 5 a^{244} x^8 $46 =$ 212	$123 +$ 5 a^{128} x^8 $128 =$ 5	$206 +$ 5 a^{211} x^8 $236 =$ 94	$214 +$ 5 a^{219} $0 =$ 88	$147 +$ 5 a^{152} x^8 $0 =$ 73	$24 +$ 5 a^{29} $0 =$ 48	$98 +$ 5 a^{104} $0 =$ 13	$150 +$ 5 a^{155} $0 =$ 114	$39 +$ 5 a^{44} $0 =$ 238	$243 +$ 5 a^{243} $0 =$ 27	$183 +$ 5 a^{163} x^8 $0 =$ 252	$138 +$ 5 a^{141} x^8 $0 =$ 21								
	$7x^{24} +$ a^{198}	$101x^{23} +$ a^{72}	$247x^{22} +$ a^{232}	$148x^{21} +$ a^{153}	$154x^{20} +$ a^{146}	$212x^{19} +$ a^{41}	$5x^{18} +$ a^{50}	$94x^{17} +$ a^{70}	$88x^{16} +$ a^{219}	$73x^{15} +$ a^{152}	$48x^{14} +$ a^{29}	$13x^{13} +$ a^{104}	$114x^{12} +$ a^{155}	$238x^{11} +$ a^{44}	$27x^{10} +$ a^{248}	$252x^9 +$ a^{163}	$21x^8 +$ a^{141}	$0x^7 +$	$0x^6 +$	$0x^5 +$	$0x^4 +$	$0x^3 +$	$0x^2 +$	$0x^1 +$	$0x^0$	
$g(x)^{100}$ $(a^{198})^{100}$ x^7	$0 +$ 198 a^{198} x^7 $7 =$ 0	$43 +$ 198 a^{241} x^7 $101 =$ 61	$139 +$ 198 a^{241} x^7 $247 =$ 36	$198 +$ 198 a^{149} x^7 $148 =$ 54	$78 +$ 198 a^{21} x^7 $154 =$ 239	$43 +$ 198 a^{241} x^7 $212 =$ 140	$239 +$ 198 a^{162} x^7 $5 =$ 103	$123 +$ 198 a^{86} x^7 $94 =$ 63	$208 +$ 198 a^{149} x^7 $88 =$ 242	$214 +$ 198 a^{157} x^7 $73 =$ 156	$147 +$ 198 a^{30} x^7 $48 =$ 239	$24 +$ 198 a^{222} x^7 $13 =$ 135	$99 +$ 198 a^{42} x^7 $114 =$ 199	$150 +$ 198 a^{93} x^7 $238 =$ 88	$39 +$ 198 a^{237} x^7 $27 =$ 144	$243 +$ 198 a^{196} x^7 $252 =$ 33	$183 +$ 198 a^{106} x^7 $21 =$ 240	$138 +$ 198 a^{79} x^7 $0 =$ 240								
	$61x^{23} +$ a^{228}	$36x^{22} +$ a^{325}	$239x^{20} +$ a^{216}	$140x^{19} +$ a^{49}	$103x^{18} +$ a^{110}	$63x^{17} +$ a^{166}	$242x^{16} +$ a^{213}	$156x^{15} +$ a^{38}	$239x^{14} +$ a^{216}	$135x^{13} +$ a^{13}	$199x^{12} +$ a^{118}	$88x^{11} +$ a^{241}	$144x^{10} +$ a^{227}	$145x^9 +$ a^{153}	$33x^8 +$ a^{138}	$240x^7 +$ a^{79}	$0x^6 +$	$0x^5 +$	$0x^4 +$	$0x^3 +$	$0x^2 +$	$0x^1 +$	$0x^0$			

$g(x)^*$ (a^{228}) γ_5^6	0+	43+	139+	208+	78+	43+	239+	123+	208+	214+	147+	24+	99+	150+	39+	243+	163+	136+
	228	228	228	228	228	228	228	228	228	228	228	228	228	228	228	228	228	228
	$=a^{228}$	$=a^{16}$	$=a^{112}$	$=a^{179}$	$=a^{51}$	$=a^{16}$	$=a^{212}$	$=a^{96}$	$=a^{179}$	$=a^{187}$	$=a^{120}$	$=a^{232}$	$=a^{72}$	$=a^{123}$	$=a^{12}$	$=a^{216}$	$=a^{136}$	$=a^{108}$
	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor
	61=	36=	54=	239=	140=	103=	63=	242=	156=	239=	135=	199=	88=	144=	146=	33=	240=	0=
0	104	183	164	134	43	43	70	43	215	51	188	106	61	85	95	226	191	189
$g(x)^*$ (a^{107}) γ_5^5																		
$g(x)^*$ (a^{95}) γ_5^4																		
$g(x)^*$ (a^{85}) γ_5^3																		
$g(x)^*$ (a^{75}) γ_5^2																		
$g(x)^*$ (a^{65}) γ_5^1																		
$g(x)^*$ (a^{55}) γ_5^0																		

$g(x)^*$ (a^{37}) x^2	0+	43+	139+	206+	78+	43+	239+	123+	206+	214+	147+	24+	99+	150+	39+	243+	163+	136+		
	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37		
	$=a^{37}$	$=a^{80}$	$=a^{176}$	$=a^{243}$	$=a^{115}$	$=a^{80}$	$=a^{21}$	$=a^{160}$	$=a^{243}$	$=a^{251}$	$=a^{184}$	$=a^{61}$	$=a^{136}$	$=a^{187}$	$=a^{76}$	$=a^{25}$	$=a^{200}$	$=a^{173}$		
	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor		
	74=	20=	131=	223=	189=	211=	113=	66=	180=	209=	149=	105=	145=	135=	32=	117=	245=	0=		
	0	233	96	152	213	46	4	164	201	9	0	6	222	91	62	118	233	246		
$g(x)^*$ (a^{245}) x^2		233x ¹⁹ +	96x ¹⁶ +	152x ¹⁷ +	213x ¹⁶ +	46x ¹⁵ +	4x ¹⁴ +	164x ¹³ +	201x ¹² +	9x ¹¹ +	0x ¹⁰ +	6x ⁹ +	222x ⁸ +	91x ⁷ +	62x ⁶ +	118x ⁵ +	233x ⁴ +	246x ³ +	0x ² +	0x ⁰
		a ²⁴⁵	a ³⁰	a ¹⁷	a ¹⁵⁷	a ¹³⁰	a ²	a ¹⁴⁹	a ²³	a ²²³		a ²⁶	a ⁶²	a ⁹²	a ¹¹⁴	a ¹²¹	a ²⁴⁵	a ¹⁷³		
		0+	43+	139+	206+	78+	43+	239+	123+	206+	214+	147+	24+	99+	150+	39+	243+	243+	163+	136+
		245	245	245	245	245	245	245	245	245	245	245	245	245	245	245	245	245	245	245
		$=a^{245}$	$=a^{33}$	$=a^{129}$	$=a^{196}$	$=a^{66}$	$=a^{33}$	$=a^{239}$	$=a^{113}$	$=a^{196}$	$=a^{204}$	$=a^{137}$	$=a^{14}$	$=a^{89}$	$=a^{140}$	$=a^{29}$	$=a^{233}$	$=a^{163}$	$=a^{126}$	
	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	xor	
	233=	96=	152=	213=	46=	4=	164=	201=	201=	9=	0=	6=	222=	91=	62=	118=	233=	246=	0=	
	0	71	143	29	183	35	222	214	193	193	221	152	205	186	186	70	26	100	102	
$g(x)^*$ (a^{253}) x^1																				

$g(x)^*$ (a^{92}) $\cdot x^0$	0+	43+	139+	206+	78+	43+	239+	123+	208+	214+	147+	24+	99+	150+	39+	243+	163+	136+
	92	92	92	92	92	92	92	92	92	92	92	92	92	92	92	92	92	92
	$=a^{92}$	$=a^{135}$	$=a^{231}$	$=a^{43}$	$=a^{170}$	$=a^{135}$	$=a^{76}$	$=a^{215}$	$=a^{43}$	$=a^{51}$	$=a^{239}$	$=a^{116}$	$=a^{191}$	$=a^{242}$	$=a^{131}$	$=a^{80}$	$=a^0$	$=a^{228}$
	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR	XOR
	91=	131=	106=	61=	10=	93=	183=	0=	225=	128=	80=	21=	20=	80=	60=	183=	218=	0=
	0	42	159	74	221	244	169	239	150	138	70	237	85	224	96	74	219	61
		$42x^{16}+$	$159x^{15}+$	$74x^{14}+$	$221x^{13}+$	$244x^{12}+$	$169x^{11}+$	$239x^{10}+$	$150x^9+$	$138x^8+$	$70x^7+$	$237x^6+$	$85x^5+$	$224x^4+$	$96x^3+$	$74x^2+$	$219x^1+$	$61x^0$
		a^{142}	a^{46}	a^{37}	a^{204}	a^{230}	a^{135}	a^{215}	a^{180}	a^{222}	a^{48}	a^{117}	a^{150}	a^{203}	a^{30}	a^{37}	a^{177}	a^{228}

Error correcting code words in binary notation

00101010 10011111 01001010 11011101 11110100 10101001 11101111 10010110 10001010 01000110 11101101 01010101 11100000 01100000 01001010 11011011 00111101

Error correcting code words in hexadecimal notation

0x2A 0x9F 0x4A 0xDD 0xF4 0xA9 0xEF 0x96 0x8A 0x46 0xED 0x55 0xE0 0x60 0x4A 0xDB 0x3D

Error correcting code words in decimal notation

42. 159. 74. 221. 244. 169. 239. 150. 138. 70. 237. 85. 224. 96. 74. 219. 61.